

УДК 62-50

В.Д. Романенко, О.А. Реутов

ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ ЩОДО СТАБІЛІЗАЦІЇ КУРСУ ГРИВНІ/ДОЛАР НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ

The present paper describes the development of the model structure of the hryvnia/dollar in the ARMAX form. The model inputs are seven factors and one control, which are measured at different time intervals. This allows us considering the model with multirate sampling, where the output coordinate and control are measured every ten days, and the factors in their turn have three time rates: every ten days, monthly and quarterly. Based on this model, we propose and test the approach to the optimal decision based on the optimality decision-making in the form of the generalized variance. To simplify its usage, we derive an equation for determining the optimal solution based on the proposed optimality criterion. Relying on historical data, we analyze the reduction of the generalized variance for the historical horizon of testing in general, which suggests the possibility of managing the exchange rate hryvnia/dollar and reducing the fluctuations of the output coordinate.

Вступ

Період з 2007-го по 2010-й роки поставив перед громадянами України багато запитань про коректність проведення валютної політики керівниками НБУ. Значні коливання курсу, до яких чималий внесок зробила іпотечна криза в США, дуже негативно вплинули на економіку України (імпорт, експорт, обслуговування зовнішнього боргу) та стабільний стан у її межах. Але дуже складно оцінювати коректність політики, проведеної керівниками НБУ, не маючи даних або моделей, які вони використовували. Також є сумніви щодо можливості створення будь-якої методології, яка даватиме змогу проводити валютну політику прозоро для всіх учасників процесу. Навіть у США, в межах яких валютна та монетарна політики проводяться доволі прозоро, виникає багато суперечностей щодо отриманих результатів.

Досліджень валютного курсу та факторів, що викликають його коливання, велика кількість [1–5]. Але спостерігається значна їх нестача з вивчення поведінки курсу гривні/долар, навіть у межах України. У більшості праць розглянуто загальні питання курсу без уваги до курсу гривні/долар [6]. В інших, які акцентують свою увагу саме на цьому [7], використана дуже складна для розуміння методологія. Її нечітка логіка є “чорною скринькою” і можливість використання цієї методології для покращення прозорості при проведенні валютної політики сумнівна.

Також проблемою наявних моделей, які розроблялися для країн з розвинутою інфраструктурою, є однакова дискретизація даних [3, 6]. В умовах менш розвинутої української інфраструктури, та й загалом коректніше, на-

водити дані з реальними темпами дискретизації. Різні періоди дискретизації даних виникають через недостатню інфраструктуру обробки даних та доступу до них, великі затрати під час збору даних, фізичну затримку в доступі до них.

Критерій оптимальності на основі узагальненої дисперсії, запропонований для технічних систем, виявився придатним для використання в економічних системах [8–10]. У цих працях його використано для фінансово-економічної моделі з однотемповою дискретизацією.

Питання створення методології, яка дасть можливість оцінювати та проводити валютну політику прозоро для всіх учасників процесу на основі динамічної моделі з різнотемповою дискретизацією є новим та актуальним.

Постановка задачі

Мета роботи – створити методологію проведення валютної політики на основі динамічної моделі з різнотемповою дискретизацією. Для цього потрібно розробити різнотемпову модель, яка описує поведінку курсу гривні відносно долара (надалі курсу гривні/долар); оцінити її якість за математичними показниками та провести економічний аналіз. Модель має бути розроблена у формі ARMAX (AutoRegressive Moving Average Model with exogenous Input), що дасть змогу оцінювати вплив усіх факторів на вихідний результат відокремлено.

Методологія має забезпечувати прийняття оптимальних рішень по курсу гривні/долар на основі критерію мінімізації узагальненої дисперсії [8–10].

Також запропонований підхід треба перевірити на основі історичних даних поведінки курсу гривня/долар. З огляду на результати цифрового моделювання будуть надані рекомендації з можливого використання математичної моделі на практиці.

Розроблення математичної моделі курсу гривня/долар

Вхідні та вихідні змінні. Для розроблення моделі дуже важливим є визначення управління, вихідної координати та збурень, які на неї впливають. На рис. 1 наведено схему моделі.

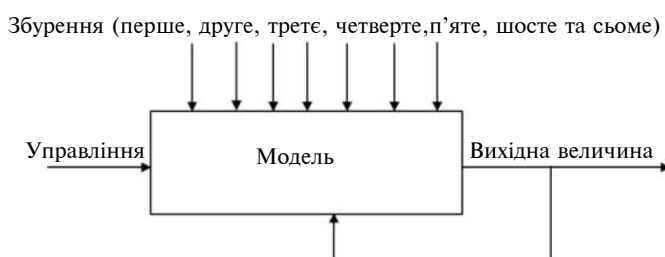


Рис. 1. Схема моделі

Вихідною координатою моделі є максимальний курс гривні/долар протягом 10-ти днів. Він використовувався, щоб позбутися коливань, викликаних ринковою інфраструктурою або психологією людей, а саме неврахуванням попиту та пропозиції на валюту, стадним інстинктом (animal spirit) тощо.

На рис. 2 показано курс у ретроспективі. Тільки на кінцевому проміжку він позбувся значних коливань. Тому можна вважати, що модель, розроблена на цих даних, дасть змогу апроксимувати одразу два періоди: нестабільний (значні коливання) та стабільний (менш значні коливання).

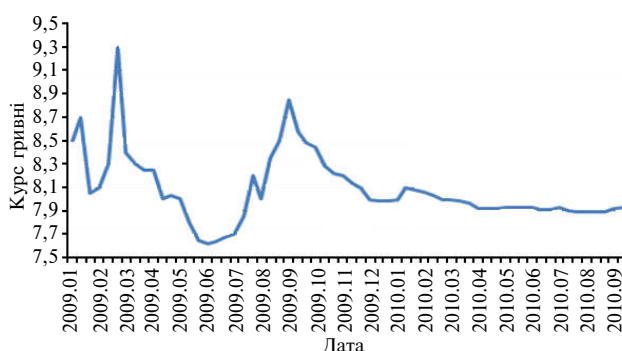


Рис. 2. Графік курсу гривня/долар

У моделі сім збурень. Це викликано великою складністю цього процесу.

Перше збурення — імпорт товарів за місяць (ξ_1). Графік поведінки цього збурення показано на рис. 2. Цей фактор вказує на необхідний обсяг валюти, щоб закуповувати товари, які споживаються в Україні, в інших країнах. Чим більший обсяг, тим сильніший тиск на курс. Також розглядалося збурення — експорт товарів, але за результатами моделювання воно виявилось неважливим для моделі. Це можливо завдяки тому, що, експортуючи товари, компанії не продають валюту, а зберігають її, щоб була можливість проводити валютні розрахунки без звернення до валютного ринку.

На рис. 3 наведено графік, який відображає розмір зовнішніх інвестицій (ξ_2). Це збурення є одним із індикаторів необхідного розміру ресурсів, які колись мають бути повернені. Також їх приріст свідчить про надходження додаткової валюти, що в свою чергу має зменшити тиск на курс, а зменшення — знизити надходження та збільшити тиск.

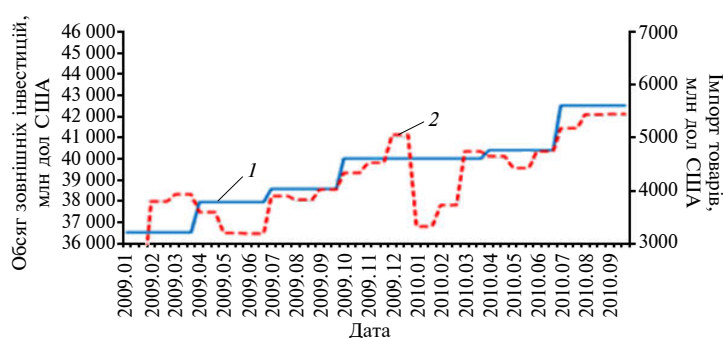


Рис. 3. Графіки зовнішніх збурень і керування обсягу зовнішніх інвестицій (1) та імпорту товарів (2)

Також на курс гривня/долар впливають експорт (ξ_3) та імпорт послуг (ξ_4) (рис. 4).

На рис. 5 подано графік рахунків поточних операцій (ξ_5) і операцій з капіталом та фінансових операцій (ξ_6). Ці збурення агреговані. До їх складу входить багато інших важливих збурень. Наприклад, до складу рахунку поточних операцій — експорт та імпорт послуг і товарів, чистий дохід від інвестицій, чистий обсяг трансфертних платежів тощо; до складу рахунку операцій з капіталом та фінансових операцій — збурення, завдяки яким відбувається фінансування рахунку поточних операцій.

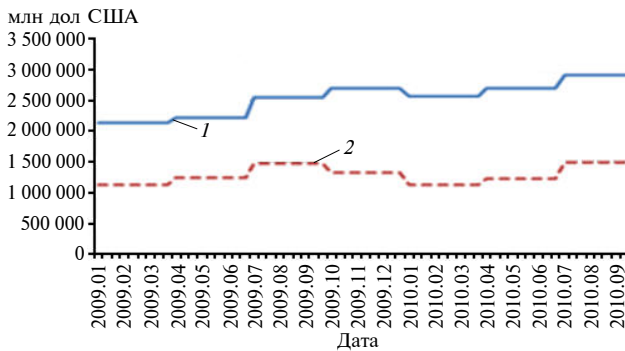


Рис. 4. Графік зовнішніх збурень і керування експорту (1) й імпорту послуг (2)

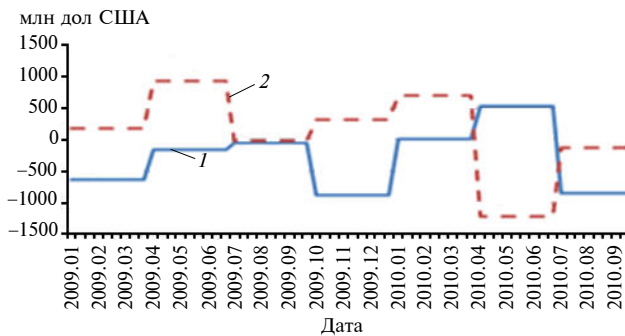


Рис. 5. Графік зовнішніх збурень і керування рахунку поточних операцій (1) і рахунку операцій з капіталом та фінансових операцій (2)

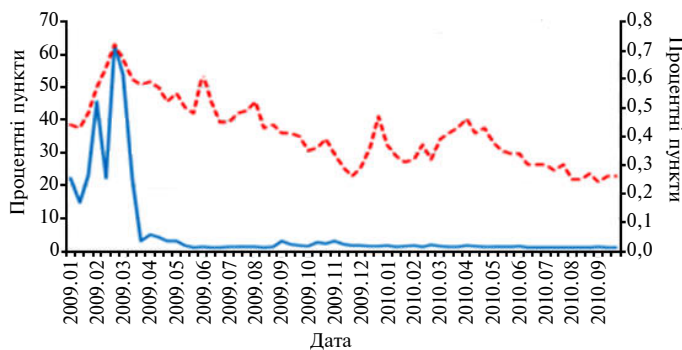


Рис. 6. Графік зовнішніх збурень і керування процентних ставок на гривню на міжбанківському ринку терміном овернайт та на цінні папери Казначейства США терміном один рік; ———— — процентна ставка на гривню; - - - - - — процентна ставка на долар

Варто зазначити, що деякі збурення, які вводяться окремо, також присутні в наведених агрегованих збуреннях. Взаємовплив між змінними важливий для моделі й інакше визначити його неможливо, оскільки ми не знаємо всіх взаємозв'язків та можемо їх лише оцінювати.

Останнє збурення (ξ_7) — процентна ставка на цінні папери Казначейства США терміном

один рік. Графік цього збурення наведено на рис. 6.

Це збурення використовується, оскільки у фундаментальній теорії валютних курсів стверджується, що різниця між ставками впливає на курс [4].

На рис. 6 також показано історичну поведінку керування моделі ($u(kT_0)$). Керуванням є процентна ставка на гривню на міжбанківському ринку терміном овернайт.

Результати оцінювання коефіцієнтів моделі курсу гривня/долар. Загальний вигляд рівняння моделі типу ARMAX з різномістовою дискретизацією має такий вигляд:

$$Y(kT_0) = \alpha_1 Y[(k-1)T_0] + \alpha_2 Y[(k-9)T_0] + \beta_0 u(kT_0) + \beta_1 u[(k-1)T_0] + \zeta_1^1 \xi_1 \left[\left(\left\lfloor \frac{k}{m_1} \right\rfloor - 1 \right) h_1 \right] + \sum_2^6 \zeta_1^i \xi_i \left[\left(\left\lfloor \frac{k}{m_2} \right\rfloor - 1 \right) h_2 \right] + \zeta_1^7 \xi_7(kT_0), \quad (1)$$

де $Y(kT_0)$ — вихідна величина на момент k ;

$T_0 = \frac{1}{3}$ місяця = 10 днів — базовий період дискретизації;

$\left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor$ — ціле число від ділення,

де m — ціле число, більше за 1; $h_1 = m_1 T_0 = 3T_0 = 1$ місяць; $m_1 = 3$; $h_2 = m_2 T_0 = 9T_0 = 3$ місяці; $m_2 = 9$.

У таблиці розшифровано інші позначення, а також наведено значення коефіцієнтів моделі. Два збурення перевищують п'ятивідсотковий поріг індикатора значущості: рахунок операцій з капіталом та фінансових операцій, процентна ставка на цінні папери Казначейства США строком 1 рік. Це свідчить, що з п'ятивідсотковою ймовірністю помилки, ми можемо вважати ці змінні не рівними нулю. Але, виключивши їх зі структури моделі, отримано значно гірші результати якості оцінювання. Тому було вирішено залишити ці змінні. Також важливим при цьому було те, що ці збурення перевищували п'ятивідсотковий поріг, але були нижчими за 15-відсотковий.

Збурення мають більший лаг, оскільки ці дані надходять із запізненням на місяць або квартал. Тільки дані по процентних ставках можна отримати

Таблиця. Результати оцінювання коефіцієнтів моделі

Позначення змінної	Змінна	Значення коефіцієнта
$Y[(k-1)T_0]$	Максимальний курс гривні/долар з лагом 1 (10 днів)	0,55033000
$Y[(k-9)T_0]$	Максимальний курс гривні/долар з лагом 9 (3 місяці)	-0,17794200
$\xi_1 \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right]$	Імпорт товарів з лагом 3 (1 місяць)	0,00006510
$\xi_2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right]$	Обсяг зовнішніх інвестицій з лагом 9 (3 місяці)	0,00019800
$\xi_3 \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right]$	Експорт послуг з лагом 9 (3 місяці)	-0,00000163
$\xi_4 \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right]$	Імпорт послуг з лагом 9 (3 місяці)	0,00000094
$\xi_5 \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right]$	Рахунок поточних операцій з лагом 9 (3 місяці)	-0,00014700
$\xi_6 \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right]$	Рахунок операцій з капіталом та фінансових операцій з лагом 9 (3 місяці)	-0,00003590
$\xi_7(kT_0)$	Процентна ставка на цінні папери Казначейства США строком 1 рік	-0,37951600
$u(kT_0)$	Ставка на гривню {керування}	0,08680200
$u[(k-1)T_0]$	Ставка на гривню з лагом 1 (10 днів) {керування}	-0,05046100

мати відразу. Також для керування відсутній будь-який лаг – вплив на курс є відразу.

Щодо якості оцінювання, то відкоригований коефіцієнт $R^2 = 0,9$ і є доволі гарним результатом. На рис. 7 наведено графік максимального курсу гривня/долар протягом декади: реального та розрахованого за моделлю.

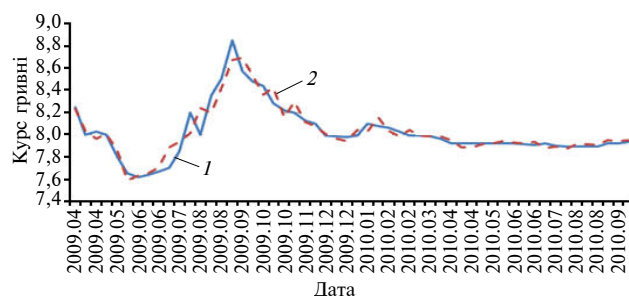


Рис. 7. Графік реального курсу (1) та курсу за моделлю (2)

Аналіз моделі курсу гривня/долар. Коефіцієнт при авторегресійному члені з лагом 1 дорівнює 0,55. Це свідчить про те, що тільки 55 %

минулого значення курсу переходять у наступний момент часу.

Значення коефіцієнтів при імпорті товарів або послуг більше нуля. Це означає, що зростання імпорту збільшує вплив валюти та тиск на курс, збільшуючи кількість гривні, яку треба віддавати за один долар.

Значення коефіцієнта при експорті послуг, рахунках поточних операцій і операцій за капіталом та фінансових операцій менше нуля. Це свідчить про те, що збільшення збурень за абсолютним значенням веде до притоку валюти. Притік валюти в свою чергу зменшує тиск на курс і він знижується (треба менше гривні для покупки одного долара).

Коефіцієнт при обсязі зовнішніх інвестицій більший нуля. Тому при збільшенні інвестицій виникає додатковий тиск на курс. Хоча, як вказано раніше, притік додаткової валюти має зменшувати тиск на курс. Але для цього збурення більше значення має можливість повернути борг у майбутньому. Тому залучення додаткових інвестицій свідчить про те, що в

перспективі буде потреба у поверненні більшої кількості валюти, а це посилює тиск на курс вже сьогодні.

Коефіцієнт при процентній ставці на цінні папери Казначейства США строком 1 рік від'ємний. При збільшенні ставки тиск на курс знижується. Це можна пояснити таким чином: збільшення ставки призводить до зменшення вартості цінних паперів, що індикує про зменшення розриву між ризиковістю безризикових цінних паперів та ризикових, а це дає змогу вкладати гроші в більш ризикові проекти, до складу яких входить Україна.

Загалом зростання ставки на гривню веде до збільшення курсу, оскільки це провокує більший попит на долар для зменшення ризиків інфляції та спекуляцій на подальшій зміні ставки.

Синтез закону оптимального прийняття рішень

Після створення моделі основним для прозорості політики є визначення критерію прийняття оптимальних рішень, який буде мінімізуватися. Він обов'язково має забезпечувати зменшення коливання курсу відносно заданого рівня, тобто перший можливий критерій має такий вигляд:

$$I(k T_0) = E \{ (y(k T_0) - \bar{y})^2 \}, \quad (2)$$

де E — математичне сподівання; $y(k T_0)$ — керована змінна (курс гривні/долар); \bar{y} — середнє значення курсу, навколо якого відбуваються коливання.

З огляду на те, що в цей критерій не входить (зі зважувальним коефіцієнтом) керуюча змінна $u(k T_0)$ (ставка гривні на міжбанківському ринку строком овернайт), при регулюванні можуть спостерігатися дуже значні зміни в керуванні, що може вплинути на стабільність процесу керування або взагалі зробити його неможливим [8–10]. Тому запропонована така версія критерію оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії:

$$I(k T_0) = E \{ (y(k T_0) - \bar{y})^2 + r(u(k T_0) - \bar{u})^2 \}, \quad (3)$$

де \bar{u} — середнє значення рівня керування, яке ми хочемо підтримувати; r — зважувальний коефіцієнт.

Цей критерій дуже добре проявив себе при використанні на практиці [10].

Підставимо (1) у (3). Отримаємо наступний критерій у вигляді узагальненої дисперсії:

$$I(k T_0) = E \left\{ \alpha_1 Y[(k-1)T_0] + \alpha_2 Y[(k-9)T_0] + \beta_0 u(k T_0) + \beta_1 u[(k-1)T_0] + \varsigma_1^1 \xi_1(k T_0) + \varsigma_1^2 \xi_2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \sum_3^7 \varsigma_1^i \xi_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right] - \bar{y} \right\}^2 + r(u(k T_0) - \bar{u})^2 \}. \quad (4)$$

Мінімізація критерію виконується так:

$$\frac{\partial I(k T_0)}{\partial u(k T_0)} = 2 \cdot \beta_0 \cdot \left\{ \alpha_1 Y[(k-1)T_0] + \alpha_2 Y[(k-9)T_0] + \beta_0 u(k T_0) + \beta_1 u[(k-1)T_0] + \varsigma_1^1 \xi_1(k T_0) + \varsigma_1^2 \xi_2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \sum_3^7 \varsigma_1^i \xi_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right] - \bar{y} \right\} + 2 \cdot r(u(k T_0) - \bar{u}) = 0. \quad (5)$$

Виконавши всі необхідні перетворення, можемо записати рівняння для прийняття оптимальних рішень:

$$u(k T_0)_{\text{OPT}} = -\frac{\beta_0}{(\beta_0^2 + r)} \left\{ \alpha_1 Y[(k-1)T_0] + \alpha_2 Y[(k-9)T_0] + \beta_1 u[(k-1)T_0] + \varsigma_1^1 \xi_1(k T_0) + \varsigma_1^2 \xi_2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \sum_3^7 \varsigma_1^i \xi_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_2} \right] - 1 \right) h_2 \right] - \bar{y} \right\} + \frac{r \bar{u}}{(\beta_0^2 + r)}, \quad (6)$$

де $u(k T_0)_{\text{OPT}}$ — оптимальне значення змінної, на яку можливий вплив, при прийнятті опти-

мального рішення з точки зору критерію оптимальності у вигляді рівняння (3).

Результати цифрового моделювання

У критерій входять три змінні, які можуть встановлюватися:

- \bar{y} – очікуваний рівень максимального курсу гривня/долар;
- \bar{u} – очікувана процентна ставка на гривню на міжбанківському ринку строком овернайт;
- r – ваговий коефіцієнт, вибирається залежно від того, що має більше значення: процентна ставка чи курс.

У ході експериментальних розрахунків на основі історичних даних показники вибрано такими:

- $\bar{y} = 8,02$ – очікуване прогнозне значення;
- $\bar{u} = 2$ – ставка на гривню на міжбанківському ринку строком овернайт очікується 2 %;
- $r = 0,5$ – курс має більше значення, ніж процентна ставка.

На рис. 8 подано графік прийняття оптимальних рішень і керування при реальному протіканні процесу.

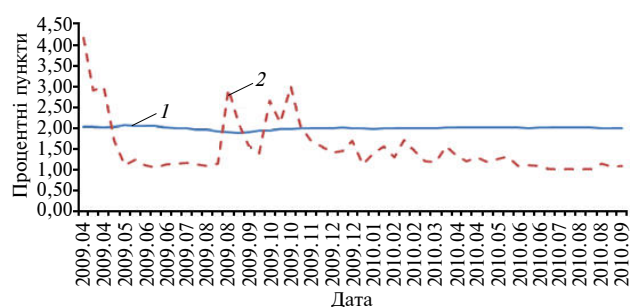


Рис. 8. Графік прийняття оптимальних рішень (1) і керування при реальному протіканні процесу (2)

Прийняття оптимальних рішень увесь час перебувало на заданому нами рівні та дуже сильно відрізнялося від реального керування, що вплинуло на оптимальне значення курсу.

На рис. 9 видно, що узагальнена дисперсія курсу гривня/долар змінилася у деяких періодах дуже істотно, але загалом не сильно.

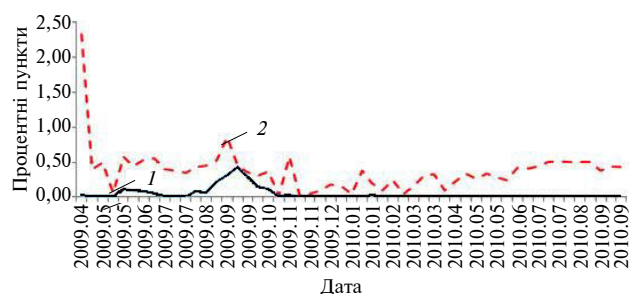


Рис. 9. Графіки узагальненої дисперсії курсу гривня/долар при прийнятті оптимальних рішень та при реальному протіканні процесу (у безрозмірних величинах)

Максимальне покращення майже на 100 %, мінімальне – 4 %. Варто також зазначити таке: зміна процентної ставки впливала і на зміну курсу (максимальна – 0,18 гривні, мінімальна – 0,01 гривні). Тобто прийняття оптимального рішення для стабілізації курсу впливає не лише на значення критерію, а й на вихідну змінну.

Висновки

У цій статті наведено процес розроблення моделі максимального курсу гривня/долар, на вхід якої подається сім збурень та одне управління, яке визначає прийняття рішення. Збурення підбиралися так, щоб використати весь теоретичний матеріал, наявний на цю тему. Представлено критерій оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії, який дає змогу проводити валютну політику прозоро, і на основі його мінімізації визначено рівняння оптимального прийняття рішень. Єдиним недоліком цього підходу є те, що модель може змінюватися з плином часу, а це потребує її постійного корегування.

Результати цифрового моделювання показали можливість зменшення узагальненої дисперсії, тому прийняття оптимального рішення має значний вплив на вихідну величину. Цю методологію можна використовувати на практиці.

У подальшому планується застосувати методику, розроблену в цій статті, до прийняття оптимальних рішень для зменшення дисперсії індексу споживчих цін (інфляції).

1. *Самуэльсон П.* Экономика. Вводный курс. — М.: Прогресс, 1964. — 702 с.
2. *Friedman M.* How Well are Fluctuating Exchange Rates // American Enterprise Institute. — 1973. — N 8. — P. 6.
3. *Viner J.* Problems of Monetary Control. — N.J.: Princeton University Press, 1964. — P. 30–33.
4. *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. — 2-е изд. — М.: Олимп-Бизнес, 2007. — С. 734–736.
5. *Моисеев С.* Роль микроструктуры торговых систем в обеспечении валютной стабильности // Дайджест-Финансы. — 2002. — № 6. — С. 25–36.
6. *Подладчиков В.Н., Поляковский Н.А.* Прогнозирование валютных курсов на основе идентификации статистических параметров математической модели // Научный вестник КУЕИТУ. — 2009. — № 1. — С. 122–126.
7. *Козловський В.О., Козловський С.В.* Макроекономічне моделювання та прогнозування валютного курсу в Україні. — Вінниця: Книга-Вега, 2005. — 254 с.
8. *Изерман Р.* Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984. — 542 с.
9. *Романенко В.Д., Реутов А.А.* Минимизация обобщенной дисперсии условно стабильных остатков средств до востребования в банке // 12 міжнар. конф. “САІТ-2010”. — 2010. — С. 148.
10. *Романенко В.Д., Реутов О.А.* Моделювання та оптимальне управління залишками на поточних рахунках клієнтів банку // Математично-економічне моделювання соціально-економічних процесів. — 2011. — № 1. — С. 378–398.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
“Інститут прикладного системного
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
6 червня 2011 року